

제 38 회 과학전람회
부 문 : 물 리

격자에 의해 생기는 물결무늬의 해석과
그 응용에 관한 연구

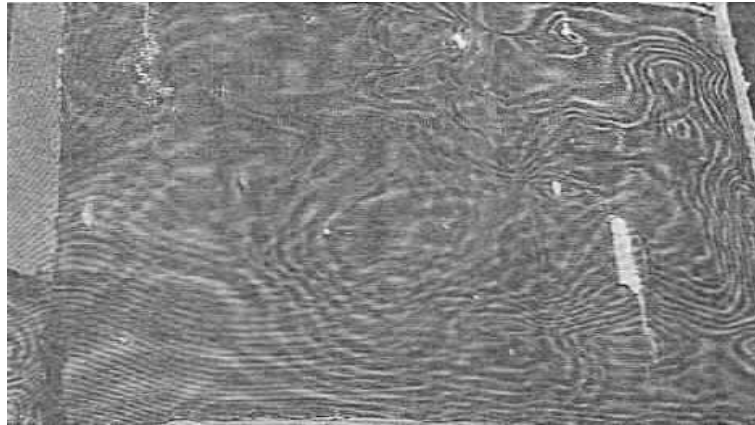
대 전 과 학 고 등 학 교
물리반 (박주형, 이은석, 한국현, 강훈)
지도교사 : 육 근 철

<차 례>

I. 탐구동기	1
II. 탐구할 내용	1
III. 탐구 과정 및 결과	2
1. 물결무늬가 나타나는 때는 어느 때인가?	2
2. 물결무늬와 투영면과는 어떤 관계가 있을까?	7
3. 물결무늬가 등고선의 역할을 할 수 있을까?	10
4. 등고선의 높이 차를 결정하는 요인은 무엇인가?	16
5. 이러한 무늬를 이용하여 측정된 물체의 모양을 재현할 수 있을까? ..	26
6. 어떻게 하면 더 선명한 등고선 무늬를 얻을 수 있을까?	28
7. 이러한 물결무늬는 어디에 이용될 수 있을까?	31
IV. 결론 및 전망	32
※ 참고 문헌	33

I. 탐구동기

기속사의 방충망이 파손된 곳을 덧붙여 보수해 놓은 곳에서 이상한 무늬의 일렁거림을 보고 평소에 의문을 가지고 있었다. 그런데 우연히 TV 화면에 나온 블라인드 커튼에서 방충망에 나타났던 것과 비슷한 무늬가 생기는 것을 보고 이러한 무늬는 어떻게 생기는 것이며 그 원인은 무엇인가를 탐구해 보았다. 또한, 본 연구도중 이러한 무늬가 등고선의 역할을 할 수 있음을 발견하고 이 등고선 간격에 영향을 주는 요인들과 그 수학적 관계식을 찾아보았다.



<사진 1> 방충망에 나타난 무늬

II. 탐구할 내용

1. 물결무늬가 나타나는 때는 어느 때인가?
방충망에 나타난 무늬와 같이 우리 주변에서 볼 수 있는 물결무늬를 관찰해 보았다.
2. 물결무늬와 투영면과는 어떤 관계가 있을까?
격자의 그림자가 생기는 투영면의 상태에 따른 물결무늬의 변화를 관찰해 보

았다.

3. 물결무늬가 등고선의 역할을 할 수 있을까?
관찰하는 위치에 따라 변하는 물결무늬를 관찰해 보고 레이저를 이용하여 등고선임을 검증하였다.
4. 등고선의 간격을 결정하는 요인은 무엇인가?
등고선의 간격에 영향을 미치는 요인을 찾아보고, 각 요인들 사이의 관계식을 실험적 방법과 이론적 방법으로 유도하고 비교 검증해 보았다.
5. 이러한 무늬를 이용하여 측정된 물체의 모양을 재현할 수 있을까?
물결무늬를 컴퓨터로 해석하여 물체의 모양을 3차원적으로 재현해 보았다.
6. 어떻게 하면 더 나은 무늬를 얻을 수 있을까?
더 나은 물결무늬를 얻을 수 있는 방법을 찾아보았다.
7. 이러한 물결무늬는 어디에 이용될 수 있을까?
등고선 역할을 하는 물결무늬의 응용분야를 찾아보았다.

III. 탐구 과정 및 결과

1. 물결무늬가 나타나는 때는 어느 때인가?

우리가 일상생활에서 가장 쉽게 찾아 볼 수 있는 물결무늬는 방충망의 겹침, 골프장의 그물, 한복의 겹침, 갓의 무늬, 블라인드 커튼, 선풍기 앞 뒤창살의 겹침 등이었다. 이와 같이 두 개 이상의 무늬가 겹쳤을 때 생기는 무늬들은 우리가 물리 시간에 파동에서 배운 수면파의 간섭 무늬와 비슷하다는 생각이 들어서 물결무늬라 부르기로 하였다.

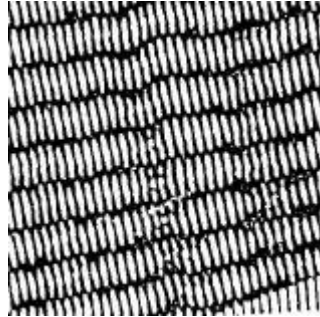
또한, 어떠한 조건에서 이러한 물결무늬들이 생기는가를 알아보기 위하여 여러 가지 모양의 무늬를 투명한 OHP 용지에 복사 한 뒤 겹쳐서 어떠한 무늬들이 나타나는지 살펴보았다.

1-1) 여러 가지 형태의 무늬에서 나타나는 물결무늬 관찰

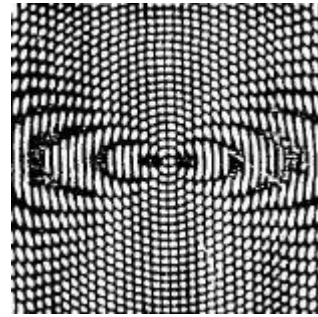
여러 가지 모양의 무늬들을 OHP 용지에 복사한 뒤 <표 1-1>과 같은 방법으로 겹쳐서 물결 무늬를 얻은 결과 <그림 1-1>과 같다.

<표 1-1> 여러 가지 무늬의 겹침

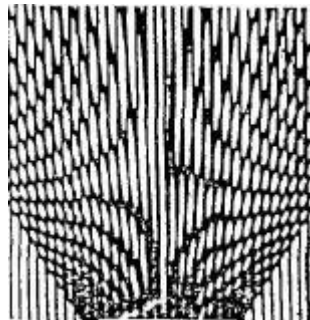
	직 선	방사선	원	비반복
비반복	안 생김	안 생김	안 생김	안 생김
원	포 물 선	복잡한 무늬	쌍 곡 선	
방사선	십 자 형	원호		
직 선	평 행 선			



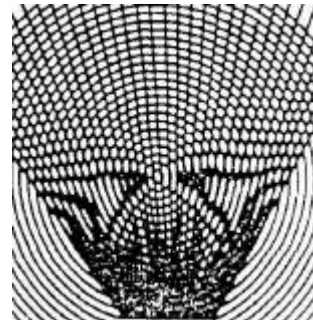
직선-직선



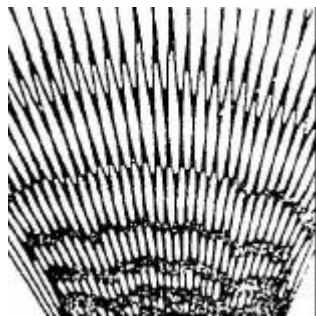
직선-원



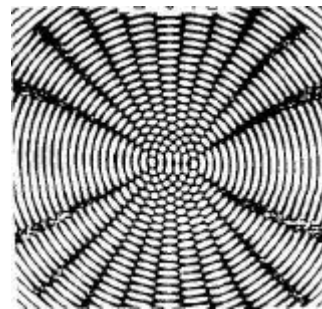
방사선-직선



원-방사선



방사선-방사선



원-원

<그림 1-1> 여러 가지 무늬의 겹침

<그림 1-1>에 나타난 것과 같이 직선 등의 반복적 무늬가 겹칠 때에는 물결무늬가 생겼다. 그러나 그렇지 않은 경우에는 이렇다 할 규칙적인 물결무늬가 나타나지 않고 있다는 것을 알 수 있었다.

따라서, 두 개 이상의 반복적 무늬가 겹칠 때 물결무늬가 생긴다는 결론을 내릴 수 있었다.

이제부터는 물결무늬를 만들 수 있는 반복적 무늬를 특별히 격자(Grating)라 부르기로 한다.

1-2) 엇갈린 직선무늬에서 나타나는 물결무늬 관찰

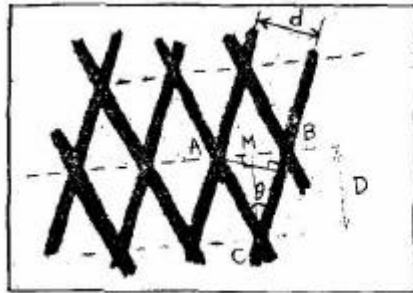
물결무늬를 만들 수 있는 가장 간단한 실험으로 단순한 직선격자 (<그림 1-1>의 직선-직선) 두 개를 약간 엇갈려 놓고 그 사이의 각 θ 를 변화시켜 가면서 물결무늬의 간격 변화를 알아보았다.

<표 1-2> 각 θ 에 따른 물결무늬의 간격 (격자 간격 0.2cm)

격자의 사이각 $\theta(^{\circ})$	물결무늬의 간격(cm)
5	2.3
10	1.2
15	0.8
20	0.6
25	0.5
30	0.4
35	0.3
40	0.3
45	0.2

<표 1-2>에서 두 격자 사이의 각 θ 가 커질수록 간격이 작아짐을 알 수 있다. 이를 수학적으로 유도해 보았다.

※ 수학적 유도



d : 직선격자의 간격
 θ : 두 격자가 이루는 각
 D : 물결무늬의 간격

<그림 1-2> 직선-직선 격자의 겹침

위에서 \overline{AG} 와 \overline{BC} 의 길이는 $d \cdot \operatorname{cosec} \theta$ 이고,

C에서 \overline{AB} 에 내린 수선의 발을 M이라 할 때 \overline{CM} 의 길이는 D 가 된다.

$$\begin{aligned} \therefore D &= d \cdot \operatorname{cosec} \theta \cdot \cos \frac{\theta}{2} = \frac{d \cdot \cos \frac{\theta}{2}}{2 \sin \frac{\theta}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2}} \\ &= \frac{d}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \end{aligned}$$

<그림 1-2>에서 선과 선이 'X' 자 모양으로 겹치는 부분에는 밝은 직선무늬, 선과 선이 'N' 자 모양으로 겹치는 부분에는 어두운 직선 무늬가 생겨 밝고 어두운 선들이 교대로 생겨남을 알 수 있었다.

격자 간격이 d 인 두 개의 직선격자가 각 θ 로 겹칠 때 생기는 물결무늬의 간격 D 는

$$D = \frac{d}{2 \sin \frac{\theta}{2}} \text{로 표시됨을 알았다.}$$

따라서 앞의 관찰 결과에서 얻어진 것처럼 이론 식에서도 θ 로 커질수록 물결무늬 사이의 거리(D)는 작아지게 된다.

1-3) 격자가 자신의 그림자와 겹칠 때 생기는 무늬 관찰

직선격자 실험에서 물결무늬를 확실하게 보기 위해 햇볕 드는 창가로 나아 갔다가 격자가 자신의 그림자와 겹쳐서 또 다른 새로운 물결무늬를 만드는 것을 발견하였다. 흰색 종이를 받쳐주니 더욱 선명해 졌다. 이 경우에 격자와 그림자가 겹치는 모양은 관측자의 위치에 따라서 달라지므로 그에 따라 물결무늬 모양도 조금씩 변하였다.



<사진 2> 격자가 자신의 그림자와 겹쳐서 생긴 물결무늬

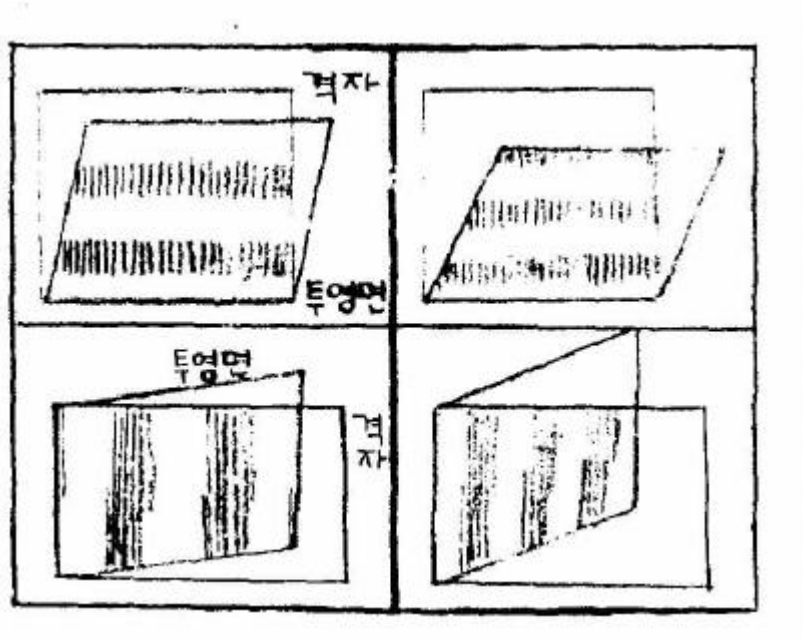
2. 물결무늬와 투영면과는 어떤 관계가 있을까?

격자의 그림자를 투영시킨 종이면이 휘어질 때 물결무늬의 모양이 변하는 것을 볼 수 있었다. 이런 불규칙한 무늬는 무엇을 의미할까에 의문을 갖고 마음과 같이 투영면의 상태를 바꾸어 가며 관찰해 보았다.

2-1) 투영면을 기울였을 때

태양광선 대신 전구를 광원으로 하여 투영면을 격자와 평행하게 놓고 기울이면서 관측해 보았다.

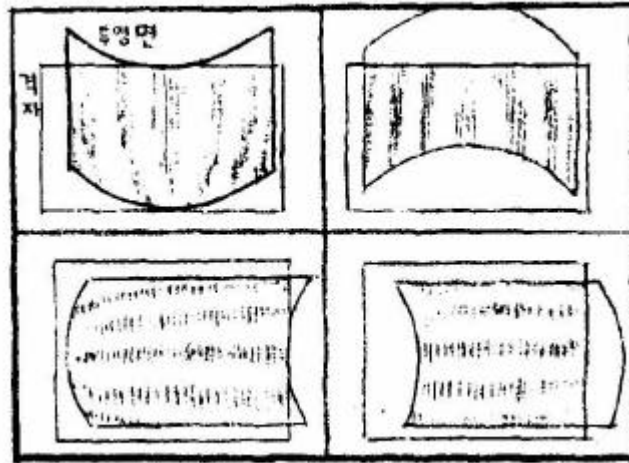
그 결과 <그림 2-1>과 같이 직선격자 두 개를 겹쳤을 때와 유사한 무늬가 나타났으며 많이 기울일수록 무늬의 간격은 좁아지고 무늬의 개수는 증가하였다.



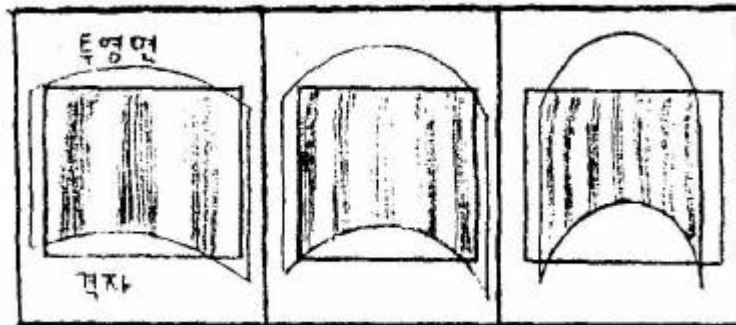
<그림 2-1> 투영면을 기울이는 방향과 정도에 따른 물결무늬

2-2) 투영면을 휘었을 때

투영면을 차차 휘어 보니 이번에는 나무의 나이테와 같은 무늬가 생겼다. 이 경우에도 투영면이 많이 휘어질수록 물결무늬의 개수도 많아졌으며 중앙부분의 무늬간격은 넓어졌다.



<그림 2-2> 투영면을 휘는 방향에 따른 물결무늬의 모양



<그림 2-3> 투영면을 휘는 정도에 따른 물결무늬의 모양

실험 2-1)과 2-2)의 탐구결과로 다음의 두 가지 사실을 알게 되었다.
 첫째, 격자에서 거리가 가장 가까운 투영면 상의 부분과 가장 먼 부분과의 차이가 클수록 그 사이에 물결무늬가 많이 생긴다.
 둘째, 투영면에서 격자와 이루는 각이 큰 부분일수록 물결무늬가 많이 생긴다.

2-3) 투영면이 복잡한 물체일 때

요철이 많은 미술용 석고상을 사용했을 때의 물결무늬는 투영면의 요철을 둘러싸는 폐곡선으로 지도에서의 등고선과 유사한 형태를 지니고 있었다. 앞의 실험 2-1)과 2-2)에서 얻은 두 가지 결론과 실험 2-3)의 물결무늬 모양에서 이것이 혹시 등고선이 아닐까 하는 의문을 갖게 되었다.



<사진 3> 석고상에서의 물결무늬

3. 물결무늬가 등고선의 역할을 할 수 있을까?

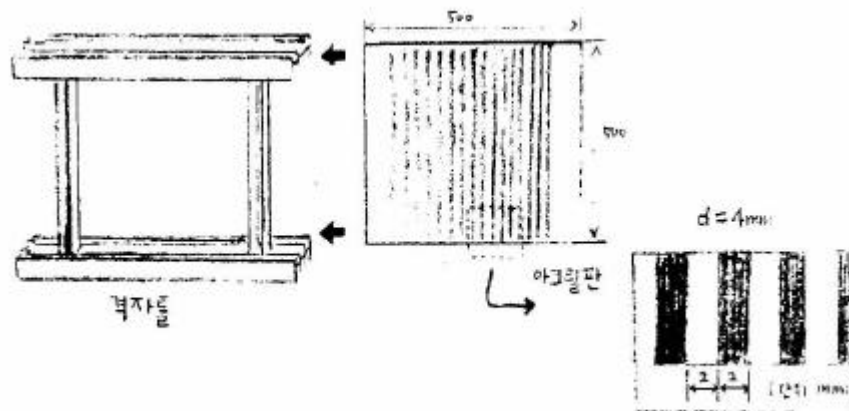
격자가 자신의 그림자와 겹쳐져서 등고선과 비슷한 물결무늬를 얻게 되었으나 등고선이라고 아직 확신할 수 없었다. 또한 관측자의 위치에 따라 모양이 크게 변하였다. 이 물결무늬가 등고선이라고 단정하기 위해서는 다음과 같은 두 가지 조건을 만족해야 한다고 생각했다.

첫째, 동일선상의 어느 점에서든 높이(격자로부터의 수직거리)가 같다.
 둘째, 이웃하는 등고선끼리의 높이 차가 일정하다.
 그러므로 관측자와 광원의 위치에 따라 변하는 물결무늬 중 위의 두 조건을 만족하는 무늬가 있는가를 찾아보았다.

3-1) 관측자와 광원의 위치에 따른 무늬 관찰

(1) 격자제작

지금까지 사용해 온 OHP용지의 격자는 용지자체의 굴곡 때문에 완전한 격자 평면을 이룰 수 없어 이 점을 보완하기 위해 새로운 격자를 제작하였다.



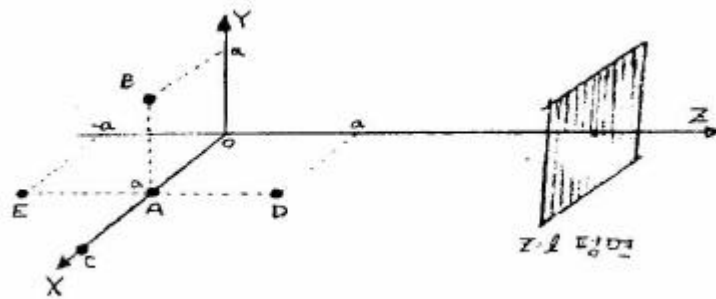
<그림 3-1> 격자 제작도

지금까지 사용했던 OHP 용지 격자는 자체의 편평도에 문제가 있어서 아크릴 틀에 낚싯줄을 촘촘히 붙여 격자를 만들었으나 이것 역시 장력의 균형을 잡기가 어려워서 <그림 3-1>과 같이 50×50 (cm)의 투명 아크릴 판에 너비 20mm의 흑색 Graphic Art Tape(Fuang 社)를 2mm 간격으로 붙여서 제작하였다. 이 때, 격자의 간격 d 는 테이프의 중심선에서 중심선까지의 거리로 정의하였다. 또, 격자를 고정 시키기 위해서 80×51 (cm)의 크기로 격자를 넣었다 뺄 수 있도록 홈이 파인 알루미늄 샤시를 이용하여 격자 틀을 제작하였다.

(2) 실험 방법 및 결과

관측자의 위치에 따라 변하는 물결무늬를 관찰하기 위하여 <그림 3-2>와 같이 좌표계를 설정하고 실험한 결과는 <표 3-1>과 같다.

만약 이 물결무늬가 등고선의 역할을 할 수 있다면 정사면체의 한 면을 격자면과 평행하게 놓았을 때 한 면에 생기는 물결무늬가 모서리와 평행하여야 할 것이다.



- 광원장치(100V-150W 할로겐 lamp) : ①(0, 0, 0) ②(x, y, z)
- 관측자(삼성 미놀타 1.4) : ①(x, y, z) ②(0, 0, 0)
- 격자면(d = 4mm) : Z = 1 평면
- 물체(정사면체) : 격자면 바로 뒤

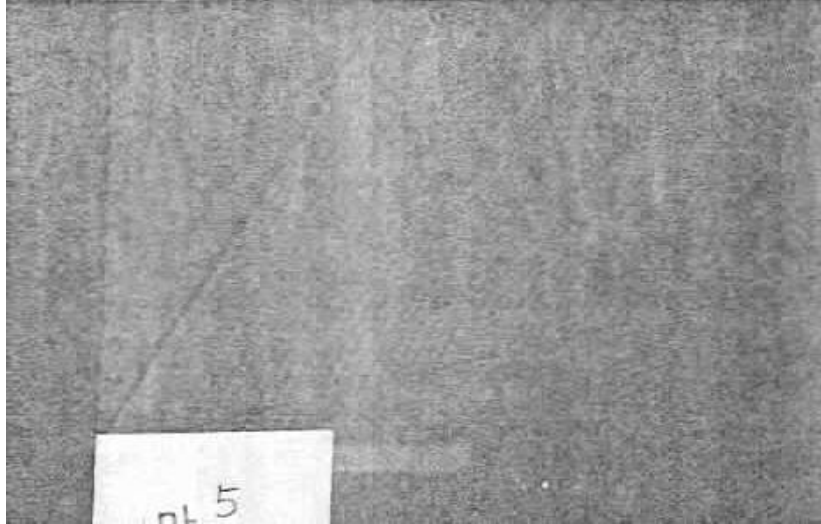
<그림 3-2> 좌 표 계 (단위 : cm)

<표 3-1> 관측자와 광원의 위치에 따른 물결무늬 관찰

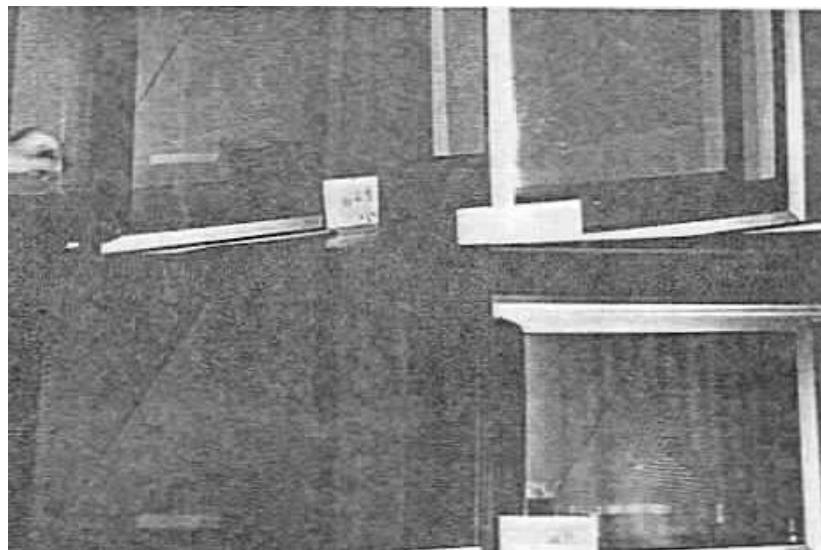
구분	좌 표		관측결과	좌 표		관측결과
	광원	관측자		광원	관측자	
A	(0, 0, 0)	(a, 0, 0)	○	(a, 0, 0)	(0, 0, 0)	○
B		(a, a, 0)	○	(a, a, 0)		○
C		(2a, 0, 0)	○	(2a, 0, 0)		○
D		(a, 0, a)	×	(a, 0, a)		×
E		(a, 0, -a)	×	(a, 0, -a)		×

(○ : 등고선 생김 × : 등고선 생기지 않음)

단, 임의의 1, a 값에 대하여 같은 결과가 나왔다.



<사진 4> 관측 위치에 따른 물결무늬 1 (A)



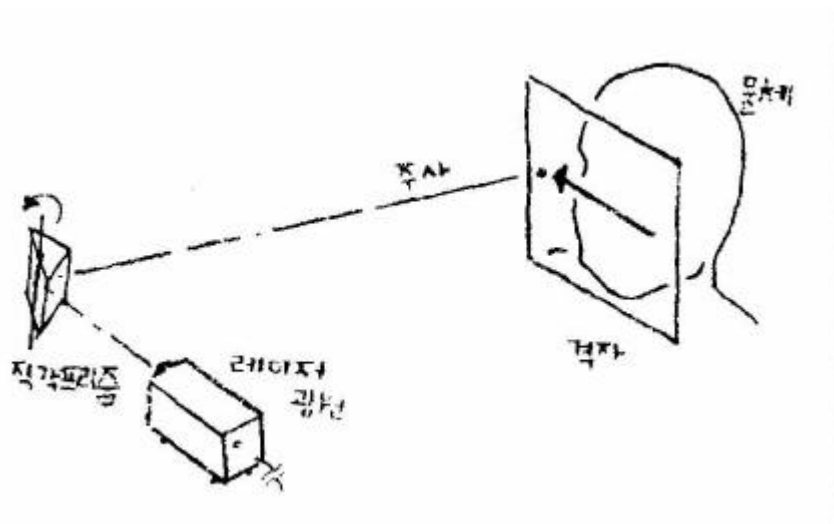
<사진 5> 관측 위치에 따른 물결무늬 2

B	C
D	E

<표 3-1>과 <사진 4 5>에서 A, B, C가 등고선이고 D, E가 등고선이 아닌 것과 같이 격자면으로부터 광원과 관측자의 거리가 같을 때에 한 면에 생기는 물결무늬가 물체의 모서리와 평행하여 등고선의 역할을 할 수 있었다.

3-2) 레이저를 이용한 등고선의 검증

3-1)의 실험만으로는 물결무늬가 완전한 등고선이라고 단정할 수 없었다. 정사면체와 같이 특수한 물체에서만 위와 같이 결과가 얻어진 것일 수 있기 때문에 복잡한 물체인 석고상을 대상으로 레이저를 이용하여 검증해 보 고자 하였다.



<그림 3-3> 레이저를 이용한 검증

<그림 3-3>과 같이 프리즘을 이용하여 파장 362.8nm의 He-Ne 레이저(출력 0.5mW)를 직선격자에 수직으로 주사(Scanning)시키고, 카메라를 B셔터(f : 25, t : 6, ASA : 100)로 노출시키며 촬영하면 <사진 6>과 같이 레이저의 자취가 격자면에는 수평하게 그려지고 석고상에는 표면의 굴곡의 정도에 따라 곡선으로 나타난다.



<사진 6> 레이저의 자취

<표 3-2> 레이저를 이용한 검증

무늬 순서m	왼쪽(mm)	오른쪽(mm)	왼쪽/오른쪽	상대비율
1	1.0	1.0	1.00	1.0
2	2.4	1.8	1.33	2.1
3	3.2	3.0	1.07	3.1
4	4.0	4.2	0.95	4.1
5	5.4	5.0	1.08	5.2
6	6.2	5.8	1.07	6.0
7	7.0	6.6	1.06	6.8

<사진 6>를 보면 석고상 위의 절단선과 물결무늬가 교차하는 점이 각 무늬마다 양쪽 두 군데씩 나타나게 된다. 각 점으로부터 격자면까지 생긴 짧은 자취들의 길이는 실제거리와 비례할 것이므로 이것들을 측정하고 <표 3-2>와 같이 비교하였다.

<표 3-2>를 보면 m 이 작을 때 앞에서 말한 등고선의 두 가지 조건을 만족한다는 것을 알 수 있다. 즉 '왼쪽/오른쪽' 이 1에 가깝다는 것은 첫째조건을, '상대 비율' 이 일정하게 증가한다는 것을 둘째 조건을 만족한다. 따라서 광원과 관측자가 격자면으로부터 같은 거리에 있을 때에 생기는 물결무늬는 등고선이라는 것을 확인할 수 있었다.

4. 등고선의 높이 차를 결정하는 요인은 무엇인가?

4-1) 등고선의 높이 차에 영향을 미치는 요인

등고선의 높이차(Δh)에 영향을 미치는 요인을 알아보기 위해 <표 3-1>에서 등고선이 나타나는 경우에 한하여 각 변수의 변화에 따른 등고선의 개수 변화를 조사해 본 결과 <표 4-1>과 같다.

<표 4-1> 등고선의 개수 (* Y는 격자 선과 평행한 축)

X(cm)	30		50		70	
Y(cm) l(cm)	0	30	0	30	0	30
80	12	12	20	20	27	27
120	8	8	14	14	19	19
160	6	6	11	11	15	15

X : 광원과 관측자 사이의 수평거리

Y : 광원과 관측자 사이의 수직거리

l : 광원과 격자 사이의 거리

위의 <표 4-1>에서 볼 수 있듯이 x 와 l 이 Δh 와 관계가 있음을 알았다. 또한 1-2)에서 유도한 관계식

$$D = \frac{d}{2 \sin \frac{\theta}{2}}$$

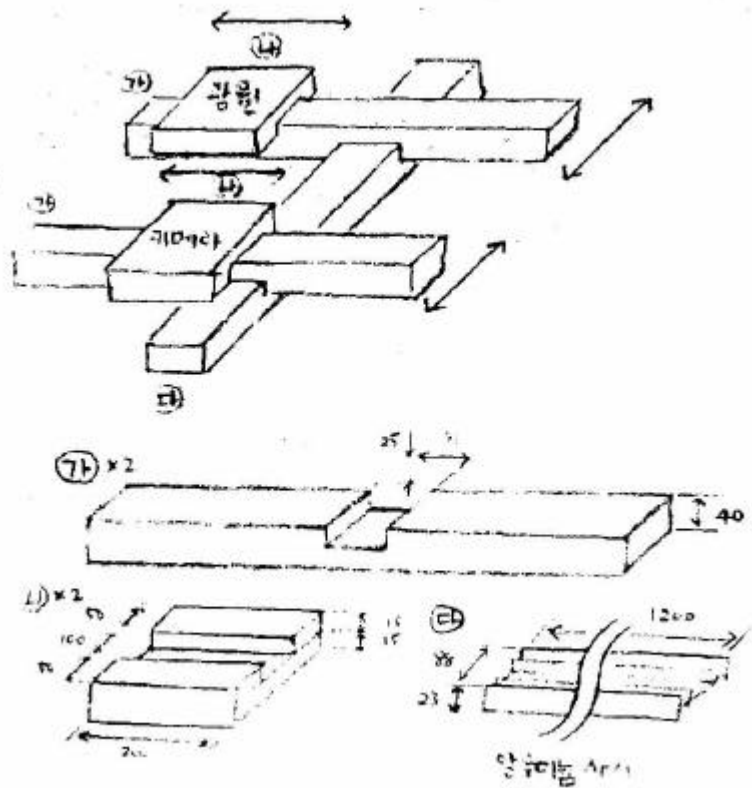
에서 d 역시 Δh 와 관계가 있음을 알 수 있었다.

따라서 등고선의 높이차(Δh)에 영향을 미치는 요인들은 x, l, d 이다.

4-2) x, l, d 와 Δh 의 관계

(1) 실험 장치 제작

x, l, d 가 Δh 와 어떤 관계가 있는가를 정량적으로 알아보기 위해 $d = 2\text{mm}, 3\text{mm}$ 의 격자를 더 만들었고 <그림 4-1>과 같은 실험 장치를 제작하였다.



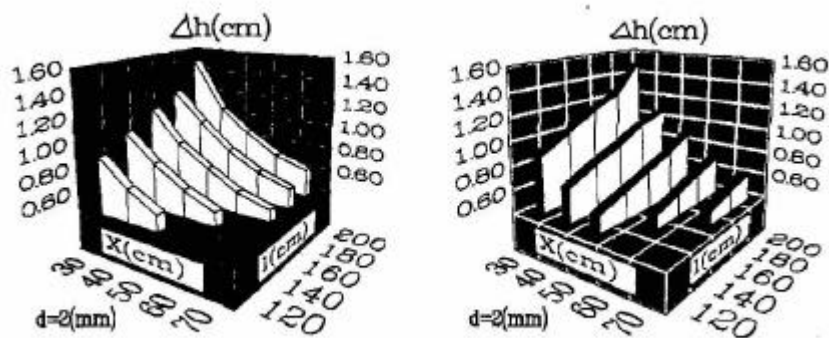
<그림 4-1> 실험 장치

(2) x, l, d 와 Δh 의 관계

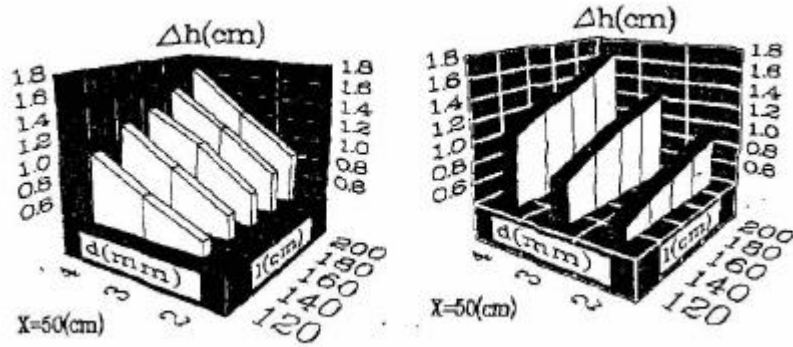
격자 뒤에 높이(h)가 15cm인 정사면체를 고정시켜 놓고 x, l, d 를 변화시키면서 물체의 한 면에 생기는 등고선의 개수(n)를 세어보았다. 그리고 $h = n \cdot \Delta h$ 를 계산하였다.

<표 4-2> x, l, d와 Δh 의 관계 (물체 높이 $h = 20\text{cm}$)

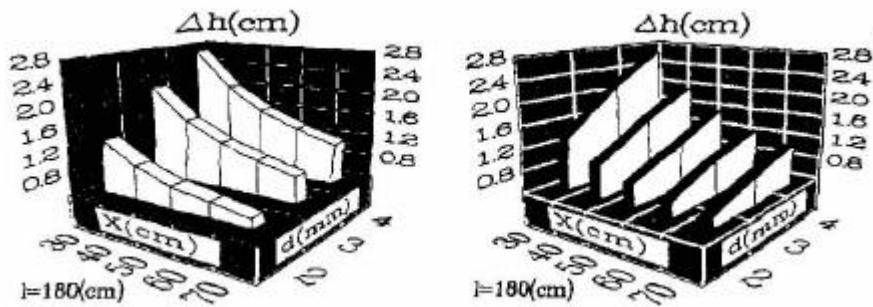
l(cm)	x(cm)	30		40		50		60		70		
		분류 d(mm)	n	Δh	n	Δh	n	Δh	n	Δh	n	Δh
120	2		21.0	0.95	28.5	0.70	35.5	0.56				
	3		14.0	1.43	19.0	1.05	23.5	0.85	28.5	0.70	33.0	0.61
	4		10.5	1.90	14.0	1.43	17.5	1.14	21.0	0.95	25.0	0.80
140	2		18.5	1.08	25.0	0.80	31.0	0.65	37.5	0.53		
	3		12.0	1.67	16.5	1.21	20.5	0.98	24.5	0.82	29.0	0.69
	4		9.0	2.22	12.5	1.60	15.5	1.29	18.5	1.08	21.5	0.93
160	2		16.5	1.21	22.0	0.91	27.5	0.73	33.0	0.61	38.5	0.52
	3		11.0	1.82	14.5	1.38	18.5	1.08	22.0	0.91	25.5	0.78
	4		8.0	2.50	11.0	1.82	13.5	1.48	16.5	1.21	19.0	1.05
180	2		15.0	1.33	20.0	1.00	25.0	0.80	30.0	0.67	35.0	0.57
	3		9.5	2.11	13.0	1.54	16.5	1.21	19.5	1.03	23.0	0.87
	4		7.5	2.67	10.0	2.00	12.5	1.60	15.0	1.33	17.5	1.14
200	2		13.5	1.48	18.0	1.11	22.5	0.89	27.0	0.74	31.5	0.63
	3		9.0	2.22	12.0	1.67	15.0	1.33	18.0	1.11	21.0	0.95
	4		6.5	3.08	9.0	2.22	11.0	1.82	13.5	1.48	15.5	1.29



<그래프 1> x, l과 Δh 와의 관계



<그래프 2> l, d와 Δh 와의 관계



<그래프 3> d, x와 Δh 와의 관계

<표 4-2>와 <그래프 1, 2, 3>에서 x 는 Δh 와 반비례하고, d 는 Δh 와 비례함을 알 수 있었다. 즉

$$\Delta h \propto \frac{l \cdot d}{x} \text{ 이므로}$$

$$\Delta h = k \frac{l \cdot d}{x} \quad (k : \text{비례상수})$$

비례상수 $k = \frac{\Delta h \cdot x}{l \cdot d}$ 에서 k 를 계산해 본 결과 <표 4-3>과 같다.

<표 4-3> 비례상수 k 의 값 (물체 높이 $h = 20\text{cm}$)

l(cm)	x(cm)		30	40	50	60	70	k 평균
	d(mm)							
120	2		1.16	1.17	1.18			1.16
	3		1.14	1.17	1.17	1.17	1.16	
	4		1.16	1.15	1.15	1.15	1.18	
140	2		1.15	1.13	1.13	1.15		1.14
	3		1.14	1.13	1.13	1.14	1.14	
	4		1.13	1.14	1.15	1.14	1.13	
160	2		1.11	1.11	1.12	1.12	1.12	1.12
	3		1.12	1.13	1.12	1.11	1.12	
	4		1.11	1.12	1.14	1.12	1.13	
180	2		1.11	1.10	1.11	1.12	1.10	1.11
	3		1.10	1.10	1.12	1.12	1.13	
	4		1.11	1.10	1.12	1.10	1.11	
200	2		1.10	1.09	1.10	1.09	1.10	1.10
	3		1.10	1.09	1.11	1.08	1.10	
	4		1.09	1.11	1.11	1.10	1.11	

k 의 총평균 = 1.13

실험상의 오차를 고려하면 k 값을 1로 볼 수 있으므로 Δh 와 x , l , d 와의 관계식은 다음과 같이 표현을 할 수 있다.

$$\Delta h = \frac{l \cdot d}{x}$$

그러나 조금 더 정확한 관계식을 얻기 위해서는 k 값을 보정해야 한다.

4-3) k값의 보정

위에서 얻은 식의 정확도를 알기 위해 여러 가지 물체를 대상으로 실험 값과 실측값을 비교해 보았다.

<표 4-4> 실험 값과 실측값의 비교 (d = 2mm)

물체	x(cm)	30			50			70		
	구분 l(cm)	실험값 (cm)	실측값 (cm)	오차 (%)	실험값 (cm)	실측값 (cm)	오차 (%)	실험값 (cm)	실측값 (cm)	오차 (%)
가	120	13.2	15.0	12.0	13.2	15.0	12.0	13.2	15.0	12.0
	160	13.3	15.0	11.3	13.4	15.0	10.7	13.7	15.0	8.7
	200	13.3	15.0	11.3	13.6	15.0	9.3	13.7	15.0	8.7
나	120	20.4	25.0	18.4	20.6	25.0	17.6	20.6	25.0	17.6
	160	21.3	25.0	14.8	21.4	25.0	14.4	21.5	25.0	14.0
	200	22.0	25.0	12.0	22.0	25.0	12.0	22.0	25.0	12.0
다	120	16.8	20.0	16.0	17.0	20.0	15.0	17.1	20.0	14.5
	160	17.6	20.0	12.0	17.6	20.0	12.0	17.6	20.0	12.0
	200	18.0	20.0	10.0	18.0	20.0	10.0	18.0	20.0	10.0
라	120	24.0	30.0	20.0	24.0	30.0	20.0	24.0	30.0	20.0
	160	25.1	30.0	16.3	25.0	30.0	16.7	25.1	30.0	16.3
	200	26.0	30.0	13.3	26.0	30.0	13.3	26.0	30.0	13.0

(가 : 원뿔(A) 나 : 원뿔(B) 다 : 정사면체(A) 라 : 정사면체(B))

<표 4-4>를 보면 식 $\Delta h = \frac{l \cdot d}{x}$ 을 이용한 실험 값은 실제 측정한 실측값과 차이가 조금씩 남을 수 있다. 이 원인은 k값을 1로 간주한 데서 발생한 것이라 생각했다. 따라서 정확한 실험 값을 얻기 위해선 k값의 보정이 필요하다. <표 4-3>에서 k값은 1보다 약간씩 크고 소수점 이하 숫자가 어떠한 규칙성이 있음을 알 수 있다. 그래서 k값이 어떤 요인에 의해 영향을 받는지를 알아보기 위하여 k에서 1을 뺀 값에 대한 물리적 의미를 찾아 본 결과 <표 4-5>와 같았다.

<표 4-5> (k-1)과 t값의 변화 (t : 비례)

물체 높이 h : 20cm

l(cm) \ X(cm) \ d(mm)		40		50		60		70	
		k-1	t	k-1	t	k-1	t	k-1	t
120	2	0.17	20.40	0.18	21.60				
	4	0.15	18.00	0.15	18.00	0.15	18.00	0.18	21.60
140	2	0.13	18.20	0.13	18.20	0.15	21.00		
	4	0.14	19.60	0.15	21.00	0.14	19.60	0.13	18.20
160	2	0.11	17.60	0.12	19.20	0.12	19.20	0.12	19.20
	4	0.12	19.20	0.14	22.40	0.12	19.20	0.13	20.80
180	2	0.10	18.00	0.11	19.80	0.11	19.80	0.10	18.00
	4	0.10	18.00	0.12	22.60	0.10	18.00	0.11	19.80

t의 총 평균 : 19.46

물체 높이 h : 25cm

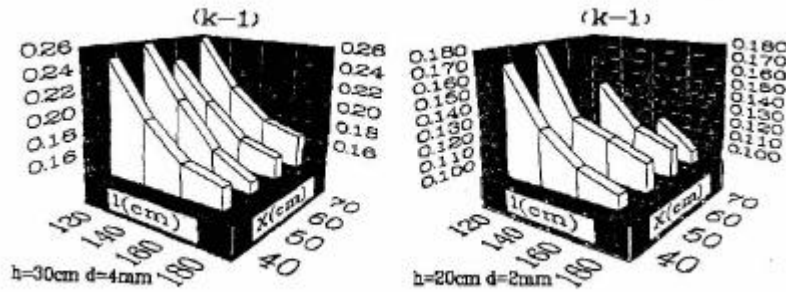
l(cm) \ X(cm) \ d(mm)		40		50		60		70	
		k-1	t	k-1	t	k-1	t	k-1	t
120	2	0.21	25.20	0.21	25.20				
	4	0.22	26.40	0.21	25.20	0.20	24.00	0.21	25.20
140	2	0.17	23.80	0.18	25.20				
	4	0.17	23.80	0.17	23.80	0.18	25.20	0.17	23.80
160	2	0.15	24.00	0.15	24.00	0.17	27.20		
	4	0.16	25.60	0.15	24.00	0.15	24.00	0.15	24.00
180	2	0.14	25.20	0.14	25.20	0.14	25.20		
	4	0.13	23.40	0.14	25.20	0.12	21.60	0.14	25.20

t의 총 평균 : 24.64

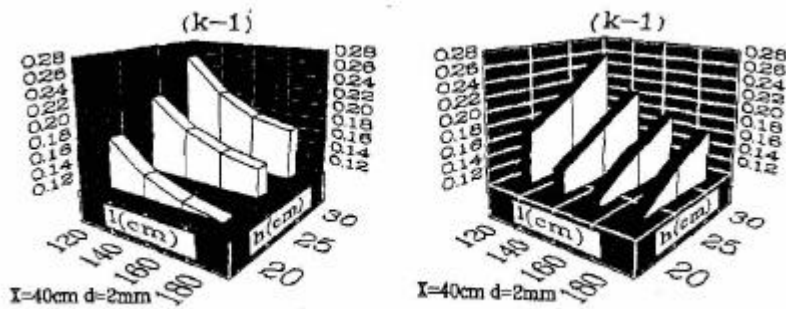
물체 높이 h : 30cm

l(cm) \ X(cm) \ d(mm)		40		50		60		70	
		k-1	t	k-1	t	k-1	t	k-1	t
120	2	0.26	31.20						
	4	0.25	30.00	0.26	31.20	0.24	28.80	0.26	31.20
140	2	0.21	29.40	0.21	29.40				
	4	0.20	28.00	0.21	29.40	0.20	28.00	0.21	29.40
160	2	0.18	28.80	0.18	28.80	0.17	27.20		
	4	0.17	27.20	0.17	27.20	0.17	27.20	0.18	28.80
180	2	0.17	30.60	0.17	30.60	0.17	30.60		
	4	0.16	28.80	0.15	27.00	0.16	28.80	0.17	30.60

t의 총 평균 : 29.13



<그래프 4> l, x와 (k-1)과의 관계



<그래프 5> l, h와 (k-1)과의 관계

<표 4-5>와 <그래프 4, 5>에 의하면 (k-1)과 l은 서로 반비례함을 알 수 있다. 따라서 $k - 1 \propto \frac{1}{l}$ 로 표현될 수 있다. 이때 비례상수를 t라 하면 $k - 1 = \frac{t}{l}$ 로 표현된다. 그런데 이 비례상수 t의 값은 물체의 높이 h와 같음을 <표 4-5>에서 알 수 있다.

$$\therefore k = 1 + \frac{h}{l}$$

또한 $h = \frac{n \cdot d \cdot l}{x}$ 이므로 아래와 같은 보정된 식을 얻을 수 있다.

$$\Delta h = k \cdot \frac{l \cdot d}{x} = \left(1 + \frac{n \cdot d}{x} \right) \cdot \frac{l \cdot d}{x}$$

4-4) 보정된 관계식의 검증

보정된 식 $\Delta h = (1 + \frac{n \cdot d}{x}) \cdot \frac{l \cdot d}{x}$ 를 이용해 실험 값과 실측값을 비교한 결과 아래 <표 4-6>과 같다.

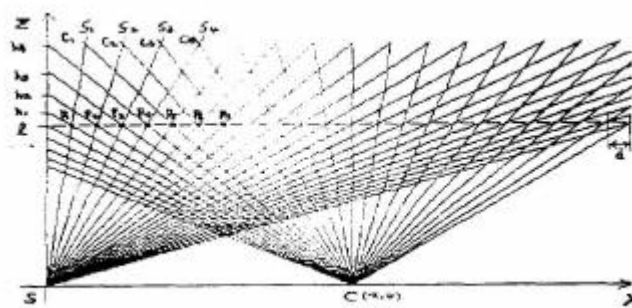
<표 4-6> 보정된 실험 값과 실측값의 비교 (d = 2mm)

물체	x(cm) l(cm)	30			50			70		
		실험값 (cm)	실측값 (cm)	오차 (%)	실험값 (cm)	실측값 (cm)	오차 (%)	실험값 (cm)	실측값 (cm)	오차 (%)
가	120	14.7	15.0	2.0	14.7	15.0	2.0	14.7	15.0	2.0
	160	14.8	15.0	1.3	14.6	15.0	2.7	14.9	15.0	0.7
	200	14.4	15.0	4.0	14.5	15.0	3.3	14.7	15.0	2.0
나	120	23.9	25.0	4.4	24.2	25.0	3.2	24.1	25.0	3.6
	160	24.5	25.0	2.0	24.3	25.0	2.8	24.4	25.0	2.4
	200	24.4	25.0	2.4	24.4	25.0	2.4	24.4	25.0	2.4
다	120	19.5	20.0	2.5	19.5	20.0	2.5	19.6	20.0	2.0
	160	19.5	20.0	2.5	19.5	20.0	2.5	19.5	20.0	2.5
	200	19.6	20.0	2.0	19.6	20.0	2.0	19.6	20.0	2.0
라	120	28.8	30.0	4.0	28.8	28.8	4.0	28.8	30.0	4.0
	160	29.2	30.0	2.7	28.9	28.9	3.7	29.1	30.0	3.0
	200	29.4	30.0	2.0	29.4	29.4	2.0	29.4	30.0	2.0

(가 : 원뿔(A) 나 : 원뿔(B) 다 : 정사면체(A) 라 : 정사면체(B))

위의 <표 4-6>에서 물체의 실측값과 보정된 실험값 사이의 오차가 매우 작음을 알 수 있다. 따라서 보정된 실험식은 첫 번째 실험식보다 정확하다.

4-5) Δh 에 대한 이론적 고찰



<그림 4-2> 위에서 본 단면도

<그림 4-2>는 본 실험을 위에서 내려다본 단면도이다.

그림에서 P_0, P_1, P_2, \dots 는 격자 사이의 풀린 부분의 한 점을 뜻한다. P의 좌표는 $P_i=(i \cdot d, 1)$ 이다.

직선 S와 직선 C가 만나는 교점이 바로 관측자에게 밝게 보이는 부분이다. 이것들을 X축에 평행하게 이으면 바로 등고선에서 밝은 선이 만드는 단면이 된다.

직선 S는 두 점 $S(0, 0)$ 과 $P_i(i \cdot d, 1)$ 을 지나므로

$$\text{일반식 } S_i : Z = \frac{l}{i \cdot d} \cdot X$$

직선 C는 두 점 $C(x, 0)$ 와 $P_i(i \cdot d, 1)$ 을 지나므로

$$\text{일반식 } C_i : Z = \frac{l}{i \cdot d - x} \cdot (X - x)$$

m 번째 밝은 물결무늬 h_m 은 직선 S_{i-m} 과 C_i 의 교점의 Z 좌표이므로 연립하여 풀면,

$$\begin{aligned} \frac{l}{(i-m) \cdot d} \cdot X &= \frac{l}{i \cdot d - x} (X - x) \\ \frac{l \cdot x}{i \cdot d - x} &= \left(\frac{l}{i \cdot d - x} - \frac{l}{(i-m) \cdot d} \right) \cdot X \\ X &= \frac{(i-m) \cdot x \cdot d}{x - m \cdot d} \end{aligned}$$

$S_{i-m} : Z = \frac{l}{(i-m) \cdot d} \cdot X$ 에 대입하면,

$$Z = \frac{l}{(i-m) \cdot d} \cdot \frac{(i-m) \cdot x \cdot d}{x - m \cdot d} = \frac{l \cdot x}{x - m \cdot d}$$

m번째 등고선으로부터 격자까지의 거리를 h_m 라 하면

$$h_m = \frac{l \cdot x}{x - m \cdot d} - 1 = \frac{m \cdot l}{x/d - m}$$

$$h_m = \frac{m \cdot l}{x/d - m}$$

실제로 $\frac{x}{d} \gg m$ 이므로 $h_m \approx \frac{m \cdot l}{x/d} = \frac{m \cdot d \cdot l}{x}$

$$\therefore \Delta h = h_{m+1} - h_m \approx \frac{d \cdot l}{x}$$

따라서, 앞에서 언급한 초기의 실험식과 이론 식이 일치한다.

처음 실험식에서 비례상수를 k 라 놓을 때 실험식과 이론 식으로 구한 물체의 높이를 양변에 놓고 k 에 관해 정리하면 다음과 같다.

$$m \cdot k \cdot \frac{d \cdot l}{x} = \frac{m \cdot l}{x/d - m}$$

$$k = \frac{x}{d} \cdot \frac{1}{x/d - m} = \frac{x}{d} \cdot \frac{d}{x - m \cdot d} = \frac{x - m \cdot d + m \cdot d}{x - m \cdot d}$$

$$= 1 + \frac{m \cdot d}{x - m \cdot d} = 1 + \frac{m}{x/d - m}$$

여기서도 $\frac{x}{d} \gg m$ 이므로 $k \doteq 1 + \frac{m}{x/d} = 1 + \frac{m \cdot d}{x}$

따라서, 보정된 실험식도 이론 식과 일치한다.

5. 이러한 무늬를 이용하여 측정된 물체의 모양을 재현할 수 있을까?

지금까지의 탐구를 통해 외형의 3차원적 정보를 물결무늬를 이용하여 2차원 평면인 사진 위에 담을 수 있게 되었다. 이 2차원 정보를 다시 컴퓨터 내의 가상공간에 3차원적으로 재현시킴으로써 물결무늬의 객관적인 해석을 시도해 보고자 하였다. 단, 흑백 물결무늬로는 물체 표면의 오목 볼록 판단이 불가능하므로 단순한 물체(원뿔, 삼각뿔 등)로 제한하였다.

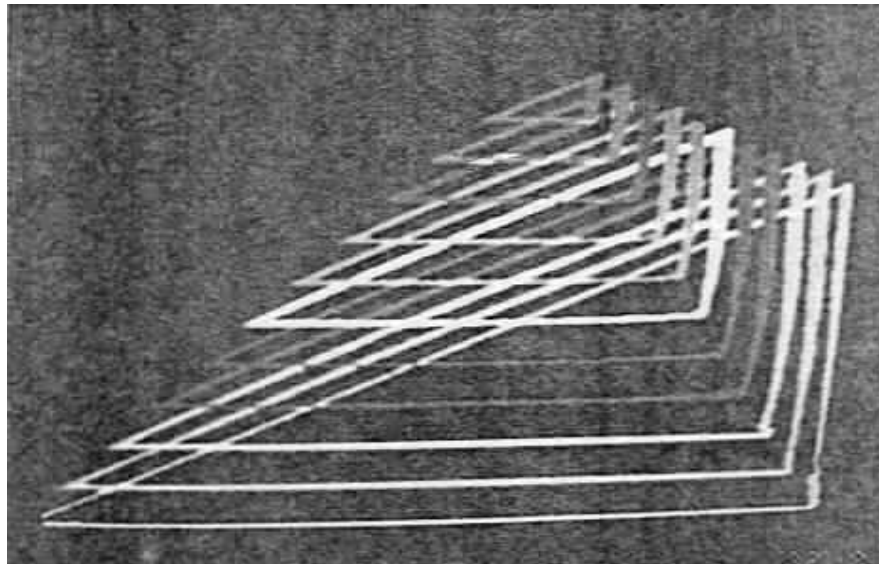
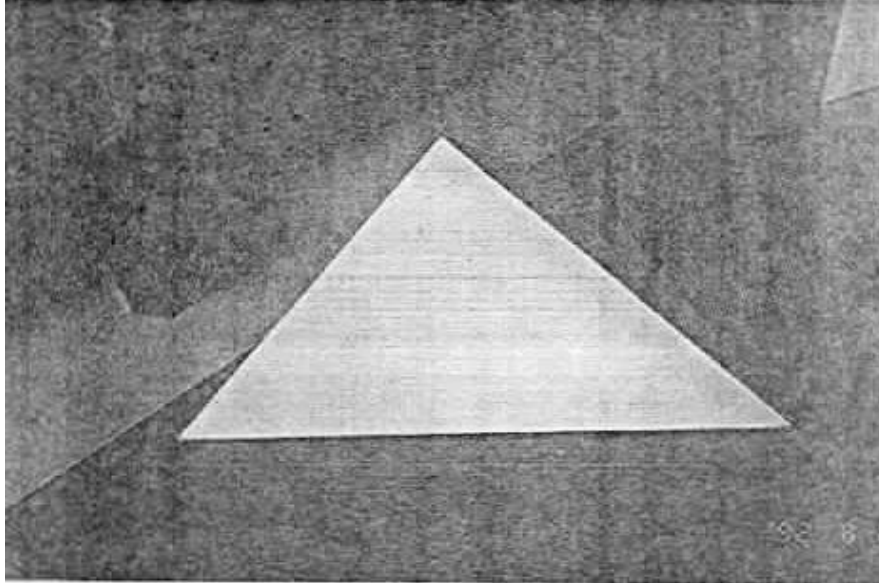
- ① 물결무늬의 흑백사진을 스캐닝(Scanning)하여 컴퓨터 화면에 옮긴다.
- ② 포인터를 컴퓨터 화면 위의 일정한 궤도를 따라 이동시키며 하얀 물결무늬를 찾는다.
- ③ 찾아낸 물결무늬를 특정한 색(예 : 파란 색)으로 바꾼 뒤 화면 내에서 그 색을 가진 좌표만 찾아내어 파일로 저장한다.
- ④ 처리가 끝난 물결무늬는 지워 버린 뒤 ②~④의 과정을 반복한다.
- ⑤ 하나씩 분해해서 파일에 저장된 물결무늬를 우리가 얻은 관계식으로 2 좌표 값을 부여하여 컴퓨터 그래픽으로 표현한다.

하드웨어 : 80486 DX(169 MHz), SUPER VGA GRAPHIC CARD

14' COLOR MORNITOR

W&B SCANNER (200 dpi, 632 × 472 pixels)

사용언어 : TURBO C 2.0 (프로그램 내용은 부록에)



<사진 7> 컴퓨터에 의한 물결무늬의 해석과 실제 물체의 비교

6. 어떻게 하면 더 선명한 등고선 무늬를 얻을 수 있을까?

지금까지의 실험에서 우리는 물결무늬를 가지고 물체의 높이를 측정할 수 있는 등고선을 만들 수 있게 되었으며 그 간격도 임의로 조절할 수 있게 되었다. 그러나 물결무늬의 선이 선명하지 못하여 보다 선명한 물결무늬의 선을 만드는 방법을 찾아보고자 노력하였다.

6-1) 광원 장치의 개선

물결무늬의 선명도가 떨어지는 가장 큰 원인은 격자와 광원이 멀리 떨어져서 격자의 그림자가 흐려지기 때문이다. 그림자가 흐려지는 것은 광원 그 자체의 실제크기가 있으므로 격자의 본 그림자 외에 반그림자가 생겼기 때문이다. 반그림자를 없애기 위해서 광원을 점광원으로 만들어 비추었더니 훨씬 더 선명한 물결무늬를 얻을 수 있게 되었다. 이때 밝은 할로겐램프(100V, 150W)를 사용하였고 과열을 방지하기 위해 냉각 팬을 부착하였다.



<사진 8> 일반 광원과 점광원에 의한 물결무늬의 비교

6-2) 좌우 두 개의 광원 이용

광원을 가운데에 놓고 관측자가 측면에서 관측하면 물체 전체에 빛을 고루 비추어 줄 수 있으나 물체의 정면을 관측할 수가 없다. 또 관측자를 가운데에 놓고 광원을 측면에서 비추면 물체의 정면을 관측할 수는 있으나 화면상의 명암이 일정하지가 못하다. 이러한 단점을 보완하기 위해서 관측자를 가운데에 놓고 두 개의 광원을 양쪽 같은 거리에서 비추게 되면 같은 간격의 물결무늬가 겹쳐지므로 일정한 명암을 가진 사진을 얻을 수 있다.

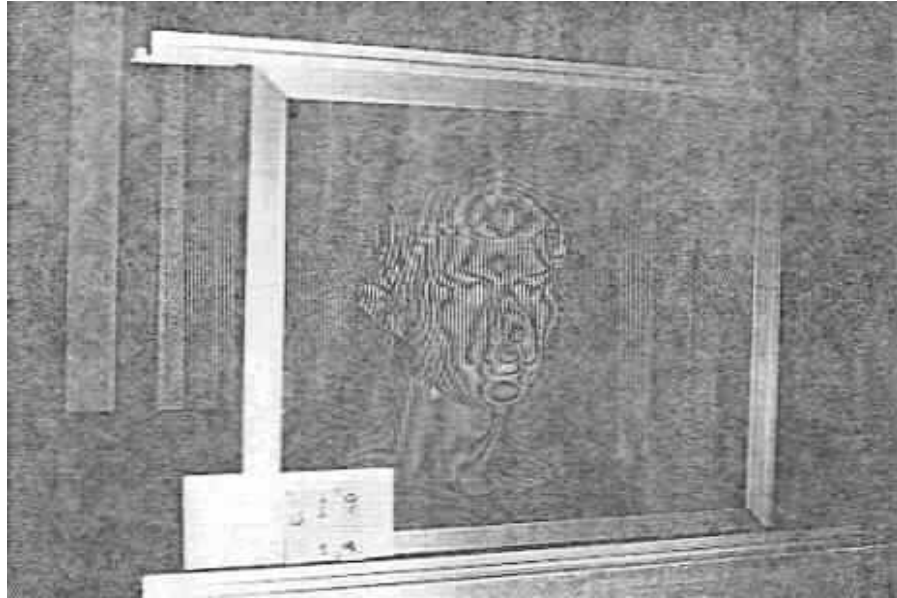
6-3) 색(色)광원을 이용한 오목 볼록 판단

흑백의 물결무늬만으로는 물체의 외형이 오목한지 볼록한지를 판단할 수 없으므로 특수한 경우를 제외하고는 3차원적인 모양을 알 수 없다. 이것을 보완하기 위하여 R, G, B 3색 광원을 이용하는 방법을 고안하였다. 즉 빛의 삼원색인 빨강(R), 녹색(G), 파랑(B)의 광원을 x (카메라로부터의 거리) 값을 다르게 하여 물체를 비추어 주면 각 색깔별로 다른 높이 차의 물결무늬가 생기게 된다. 이때 물체 위의 어떤 한 점에서는 R, G, B의 각 on/off 상태에 따라 그 점의 색깔이 결정되므로 관측자의 위치에서는 물체 표면에 그 높이에 따라 R, G, B가 조합되어 총 2가지 색깔의 물결무늬가 나타나게 된다. 이것을 칼라 스캐너로 읽어들이면 복잡한 물체에서도 3차원적 재구성이 가능해진다.

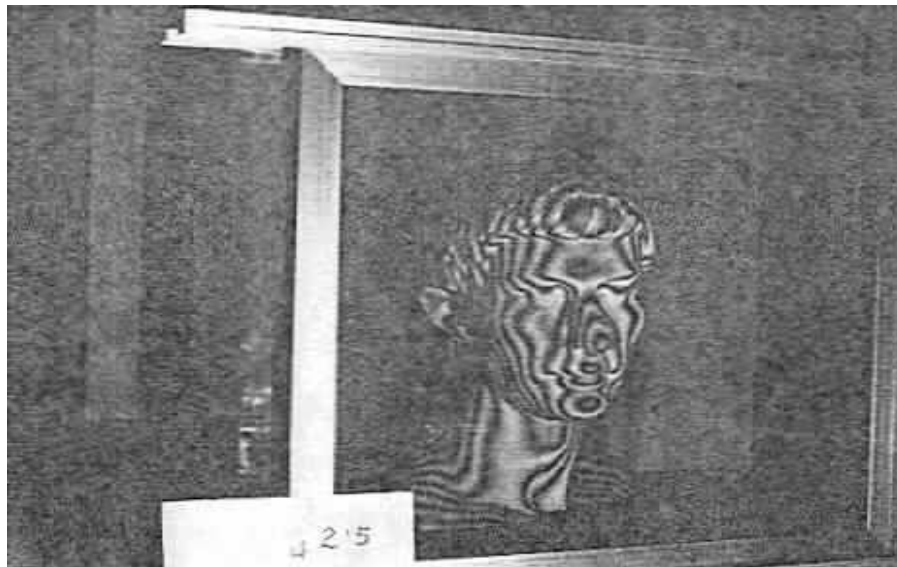
6-4) 격자의 이동

격자를 움직여 주는 것 역시 물결무늬의 선명도를 높이는 아주 좋은 방법이 된다. 격자가 자신의 그림자와 겹쳐 물결무늬가 생기는데 이 때 격자 자체가 물체를 항상 가리게 되어 물결무늬를 관찰하는데 어려움이 있었다. 그런데 x, l, d 를 변화시키지 않은 상태에서 격자를 약간 움직여 주었더니 물결무늬의 형태는 전혀 변하지 않고 격자 자체만 보이지 않아 훨씬 더 선명한 무늬를 얻을 수 있었다. <사진 9, 10>는 격자를 정지시켰을 때와 격자를 움직여 줄 때에 생긴 물결무늬를 카메라($f : 5.6, t : 1, ASA : 100$)로 촬영하여 비교한 것이다.

따라서 격자를 이동하면 더 선명한 무늬를 얻을 수 있다는 결론을 내릴 수 있었다.



<사진 9> 물결무늬 비교 (격자 정지)

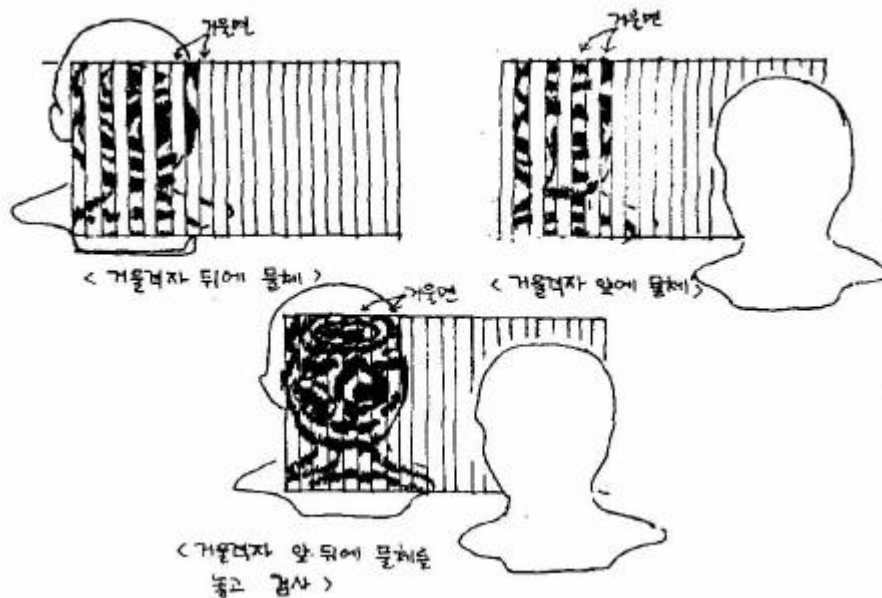


<사진 10> 물결무늬 비교 (격자 이동)

7. 이러한 물결무늬는 어디에 이용될 수 있을까?

7-1) 제품의 외형검사

거울로 직선격자를 만들어 <그림 7-1>과 같은 방법으로 실험을 하면 격자면 앞에 놓여 있는 표준 제품의 물결무늬와 격자 뒤에 놓여 있는 검사제품의 물결무늬가 동시에 나타나므로 두 무늬가 일치함을 찾아 규격화된 제품의 외형검사에 이용할 수 있다.



<그림 7-1> 거울격자를 이용한 외형 검사

7-2) 학습도구

초등학교와 중학교의 '사회' 과목 교육과정에서 등고선에 대한 개념이 나오는데 책에 나온 그림만으로는 어떤 원리에 의해서 등고선이 되는지를 이해하기가 무척 어렵다. 따라서 지도의 입체 모형을 격자판 뒤에 설치해 놓고 광원을 비춰주어 등고선 모양의 물결무늬를 학생들에게 보여줌으로써 등고선에 대한 정성적, 정량적 개념 형성에 크게 기여할 수 있다.

7-3) 물체의 높이 측정

복잡한 모양으로 된 물체의 높이를 측정하는 경우나 직접 측정하기 어려운 물체(인체의 일부분, 접촉시 파손되기 쉬운 것)의 높이나 부피의 측정시 또는 평면의 편평도 조사, 굽어진 물체의 굴곡도 조사 등에 본 연구의 방법이 유용하게 이용될 수 있다.

7-4) 컴퓨터로 물체를 모델링(Modeling)할 때 좌표 설정에 이용

컴퓨터 그래픽으로 물체를 표현하기 위해선 먼저 그 물체의 프레임(frame)을 잡아 주어야 한다. 이때 (탐구 5)에서와 같이 물결무늬를 이용하면 실제 물체와 비슷하게 표현하는 작업이 수월해진다.

IV. 결론 및 전망

1. 두 개 이상의 주기성 있는 반복적 무늬가 겹칠 때에는 항상 물결무늬가 생긴다.
2. 격자가 그 자신의 그림자와 겹칠 때 생기는 물결무늬는 등고선의 역할을 할 수 있다.
3. 광원과 관측자가 격자로부터 같은 거리에 있을 때에 생기는 물결무늬는 등고선이다.
4. 등고선의 높이차(Δh)를 결정하는 요인은 광원과 관측자 사이의 거리(x) 광원과 격자 사이의 거리(l), 격자의 간격(d)이며 이들 사이의 관계식은
$$\Delta h = k \cdot \frac{l \cdot d}{x} (1 = 1 + \frac{n \cdot d}{x} \approx 1)$$
로 표현된다.
5. 관계식에 의해 물결무늬 사진을 스캐닝 하여 컴퓨터의 가상 공간 내에 3차원적으로 물체의 모양을 재현할 수 있다.

6. 광원을 점광원화하고, 격자를 움직이면 더 선명한 물결무늬를 얻을 수 있다.
7. 본 연구의 결과는 제품의 외형검사, 학생들의 등고선 개념 형성, 복잡한 물체의 비접촉 외형 조사등 그 응용범위가 다양하다.

※ 참 고 문 헌

- 강재춘 : 안녕하세요 한글, 서울, 정보문화사, 1991
- 권영대 : 광 학, 서울, 문운당, 1982
- 오명 외 : 레이저 응용, 서울, 청문각, 1987
- 임인건 : 터보C 정복, 서울, 가남사, 1991
- 임홍식 : 터보C와 그래픽, 서울 청호, 1991
- 정윤기 : 터보C와 그래픽, 서울, 크라운출판사, 1992
- 조영철 외 : 구성(Composition), 서울, 미진사, 1991
- D. Halliday, R. Resnick : Fundamentals of Physics 3th Edition, New York, Wiley, 1988
- H. Takasaki : "The development and the present status of moire topography", Appl opt, 9, 1467-1472
- O. Kafri : "Noncoherent method for mapping phase objects", optics letters, 5, 555-557(1980)
- Orazio Svelto : "Principle of Laser", NewYork, plenum Co., 1982